

Métropole

Épreuve de Mathématiques (2 h 00 – 20 points)

Partie 1 – automatismes – 20 minutes – Calculatrice interdite – 6 points

Partie 2 – raisonnement et résolution de problèmes – 1 h 40 – Calculatrice autorisée –
14 points

Le sujet est composé de six feuilles numérotées de 1/6 à 6/6.

Le sujet est constitué de deux parties :

- la partie automatismes ;
- la partie raisonnement et résolution de problèmes : 4 exercices indépendants que le candidat peut traiter dans l'ordre qui lui convient.

Numéro d'anonymat :

30 juin 2026

Barème récapitulatif	
Automatismes	6 points
Exercice 1	3 points
Exercice 2	4 points
Exercice 3	3 points
Exercice 4	2 points
Raisonnements / Rédaction	2 points

Partie 1 - Automatismes - 6 points - 20 minutes

Pour chaque question, répondre dans le cadre prévu à cet effet.
 Pour cette partie, aucune justification n'est demandée.
 Pour les questions à choix multiples, une seule réponse est exacte.

Question 1

Donner une écriture du nombre 0,75 sous la forme d'une fraction.

Réponse

Question 2

Calculer la somme $-4,7 + 3,5$.

Réponse

Question 3

On considère le tableau de proportionnalité ci-contre.
 Combien vaut a ?

6	18
12	a

Réponse

Question 4

Un sac contient 10 boules rouges, 4 boules bleues et 6 boules vertes.
 On tire au hasard une boule dans le sac et on note sa couleur.
 Sachant que toutes les boules ont la même probabilité d'être choisies, quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue ?

A/ $\frac{1}{4}$ B/ $\frac{4}{20}$ C/ $\frac{4}{16}$ D/ $\frac{1}{3}$

Réponse

Question 5

Parmi les propositions suivantes, laquelle est la solution de l'équation $10x + 16 = -64$?

A/ 8 B/ $-4,8$ C/ -8 D/ -14

Réponse

Question 6

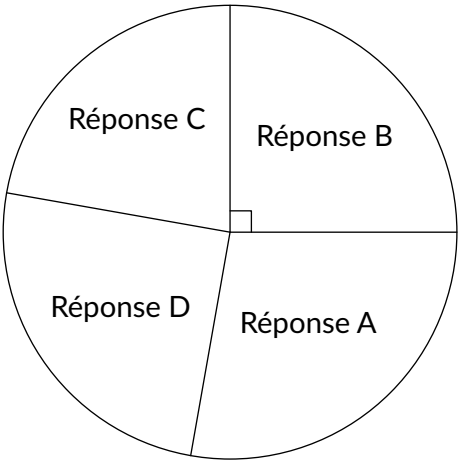
Parmi les propositions suivantes, laquelle est la notation scientifique du nombre 0,004 58 ?

A/ 458×10^3 B/ $4,58 \times 10^3$ C/ $4,58 \times 10^{-3}$ D/ 458×10^{-5}

Réponse

Question 7

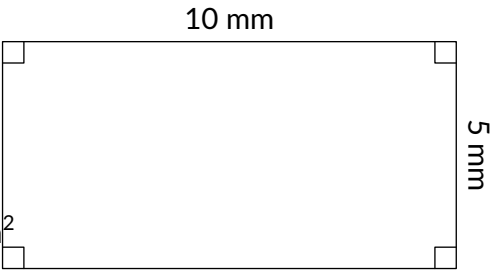
Le diagramme circulaire ci-contre donne la répartition des réponses de 24 élèves à une question à choix multiple.
Quel est le nombre d'élèves ayant choisi la réponse B ?



Réponse

Question 8

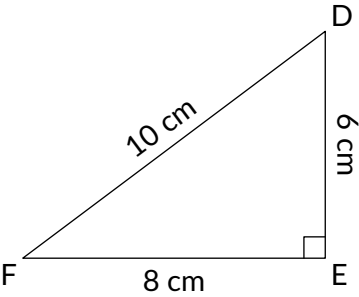
Parmi les propositions suivantes, laquelle est le périmètre de la figure ci-contre ?
A/ 30 mm B/ 50 mm C/ 30 mm² D/ 50 mm²



Réponse

Question 9

Parmi les propositions suivantes, laquelle donne le cosinus de l'angle $\widehat{EDF}$ dans ce triangle rectangle ?
A/ $\frac{4}{5}$ B/ $\frac{3}{5}$ C/ $\frac{5}{3}$ D/ $\frac{4}{3}$



Réponse

Partie 2 – Raisonnement et résolution de problèmes – 14 points – 1 h 40

Dans cette partie, toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur 2 points. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; les essais et les démarches engagées, même non aboutis, seront pris en compte dans la notation.

Exercice 1 — 3 points

Le tableau ci-dessous présente le nombre de médailles obtenues par 9 pays lors des Jeux Paralympiques de Paris 2024.

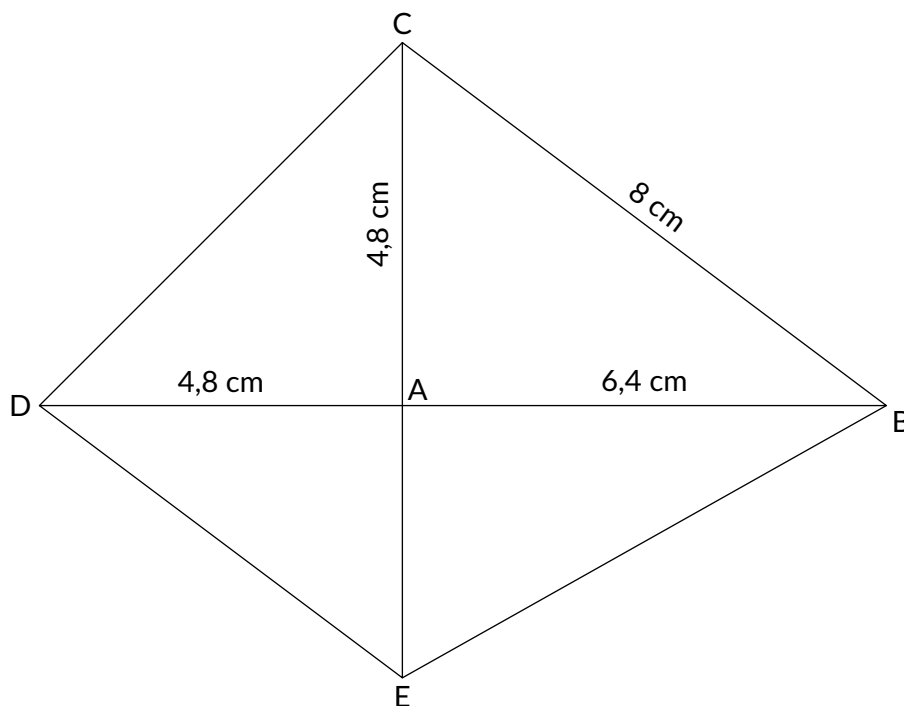
Pays	Or	Argent	Bronze	Total
Chine	94	76	50	220
Grande-Bretagne	49	44	31	124
États-Unis	36	42	27	105
Pays-Bas	27	17	12	56
Brésil	25	26	38	89
Italie	24	15	32	71
Ukraine	22	28	32	82
France	19	28	28	75
Australie	?	17	28	63

- 1/ Combien de médailles d'or ont été obtenues par les Pays-Bas ?
- 2/ Calculer le nombre de médailles d'or obtenues par l'Australie.
- 3/ Montrer que l'affirmation suivante est vraie.
« Plus de 20 % des médailles obtenues par la Grande-Bretagne sont en bronze. »
- 4/ (a) Déterminer la médiane de la série des nombres de médailles obtenues par ces 9 pays (colonne « Total » du tableau).
Détailler la réponse en précisant la démarche.
(b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 5/ Aux Jeux Paralympiques de Tokyo en 2021, le Brésil avait obtenu 20 médailles d'argent. Pour ceux de Paris en 2024, il a obtenu 26 médailles d'argent.
Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre de médailles d'argent obtenues par le Brésil entre 2021 et 2024 ?

Exercice 2 — 4 points

Sur la figure ci-dessous :

- les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A ;
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles ;
- $AB = 6,4$ cm ; $AC = 4,8$ cm ; $AD = 4,8$ cm ; $BC = 8$ cm.



- 1/ Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- 2/ Montrer que $DE = 6$ cm et $AE = 3,6$ cm.
- 3/ Montrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux.
Détailler la réponse en précisant la démarche.
- 4/ Montrer que les triangles ABC et ADE sont semblables.
- 5/ Déterminer l'aire du quadrilatère BCDE.

Exercice 3

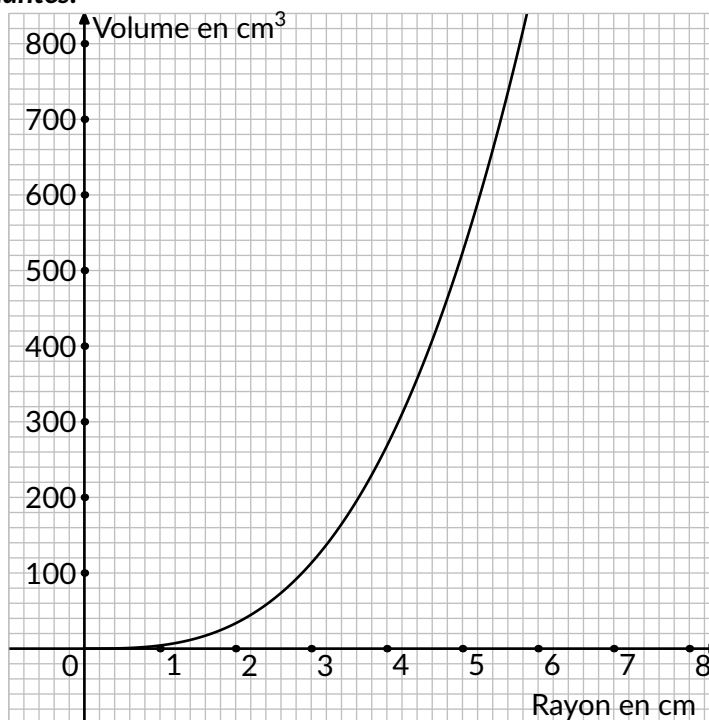
3 points

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On a tracé ci-contre la courbe représentative de la fonction qui donne le volume d'une boule en cm^3 en fonction de son rayon en cm.

- 1/ Déterminer graphiquement l'image de 3,6 par cette fonction.
- 2/ Le volume d'une boule est égal à 660 cm^3 . Lire graphiquement son rayon.



Partie B

On souhaite fabriquer avec une imprimante 3D, des boules pleines en plastique, de rayon de 2,5 cm.

- 1/ Montrer que le volume d'une boule, arrondi à l'unité, est égal à 65 cm^3 .
On rappelle que le volume V d'une boule de rayon R est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3.$$

- 2/ Pour utiliser cette imprimante, on dispose d'une bobine de $1\,000 \text{ cm}^3$ de plastique.
Combien de boules peut-on fabriquer au maximum ?
- 3/ Sachant que la masse volumique de ce plastique est égale à $0,9 \text{ g/cm}^3$, calculer la masse d'une boule.

Exercice 4 ————— **2 points**

On souhaite réaliser des sachets de bonbons.

Pour cela, on dispose de 112 bonbons à la fraise et de 140 bonbons au caramel.

- Tous les sachets contiennent le même nombre de bonbons à la fraise.
- Tous les sachets contiennent le même nombre de bonbons au caramel.
- Tous les bonbons à la fraise et au caramel sont utilisés.

- 1/ Peut-on constituer 16 sachets ?
- 2/ La décomposition en facteurs premiers de 112 est $2^4 \times 7$.
Quelle est la décomposition en facteurs premiers de 140 ?
- 3/ Quel nombre maximal de sachets pourra-t-on constituer ?
Quelle sera alors la composition de chaque sachet ?

Corrigé de la partie automatismes

– Question 1

Plusieurs réponses sont possibles, parmi lesquelles :

$$0,75 = \frac{75}{100}$$

$$0,75 = \frac{3}{4}$$

– Question 2

$$-4,7 + 3,5 = -1,2.$$

– Question 3

Il est possible d'utiliser la proportionnalité entre les colonnes ou entre les lignes.

Dans les deux cas, on obtient $a = 36$.

6	18
12	a

Diagram illustrating proportionality between columns: $6 \times 3 = 18$ and $12 \times 3 = a$.

6	18
12	a

Diagram illustrating proportionality between rows: $6 \times 2 = 12$ and $18 \times 2 = a$.

– Question 4

Il y a un total de $10 + 4 + 6 = 20$ boules dans le sac. Sur ces 20 boules, 4 sont bleues.

La probabilité d'obtenir une boule bleue est alors $\frac{4}{20}$.

La bonne réponse est donc la réponse B : $\frac{4}{20}$.

– Question 5

On a :

$$10x + 16 = -64$$

$$10x = -80$$

$$x = \frac{-80}{10}$$

$$x = -8$$

On soustrait 16

On divise par 10

La bonne réponse est donc la réponse C : -8 .

– Question 6

On a :

$$0,004\,58 = 4,58 \times 0,001$$

$$0,004\,58 = 4,58 \times 10^{-3}$$

La bonne réponse est donc la réponse C : $4,58 \times 10^{-3}$.

– Question 7

L'angle du secteur correspondant à la réponse B est de 90° , ce qui représente un quart de cercle.

La proportion d'élèves ayant choisi la réponse B est donc de $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{4} \times 24 = 6$$

Le nombre d'élèves ayant choisi la réponse B est donc de 6.

– Question 8

Le périmètre d'un rectangle est donné par la formule :

$$P = 2 \times (L + l)$$

où L est la longueur et l est la largeur. Dans ce cas, la longueur est de 10 mm et la largeur est de 5 mm. En substituant ces valeurs dans la formule, on obtient :

$$P = 2 \times (10 \text{ mm} + 5 \text{ mm})$$

$$P = 2 \times 15 \text{ mm}$$

$$P = 30 \text{ mm}$$

La bonne réponse est donc la réponse A : 30 mm.

– **Question 9**

Le triangle DEF est rectangle en E. Le cosinus de l'angle $\widehat{EDF}$ est donné par la formule :

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

Dans ce cas, le côté adjacent à l'angle $\widehat{EDF}$ est le côté DE et l'hypoténuse est le côté DF. En substituant les valeurs données dans le triangle, on obtient :

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{DE}{DF}$$

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{6 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$$

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{3}{5}$$

La bonne réponse est donc la réponse B : $\frac{3}{5}$.

Corrigé de l'exercice 1

1/ Le nombre de médailles d'or obtenues par les Pays-Bas se trouve dans la colonne « Or » du tableau, à la ligne correspondant aux Pays-Bas.

Il est indiqué que les Pays-Bas ont obtenu 27 médailles d'or.

2/ L'Australie a obtenu un total de 63 médailles, dont 17 sont d'argent et 28 sont de bronze.

$$\text{Médailles d'or} = \text{Total} - \text{Médailles d'argent} - \text{Médailles de bronze}$$

$$\text{Médailles d'or} = 63 - 17 - 28$$

$$\text{Médailles d'or} = 18$$

L'Australie a donc obtenu 18 médailles d'or.

3/ La Grande-Bretagne a obtenu un total de 124 médailles, dont 31 sont en bronze.

$$\text{Pourcentage de médailles en bronze} = \frac{\text{Médailles en bronze}}{\text{Total des médailles}}$$

$$\text{Pourcentage de médailles en bronze} = \frac{31}{124}$$

$$\text{Pourcentage de médailles en bronze} = 25 \%$$

Comme 25 % est supérieur à 20 %, l'affirmation est vraie.

4/ (a) On range les données par ordre croissant :

$$56; 63; 71; 75; 82; 89; 105; 124; 220.$$

L'effectif total de la série est 9. Or, $9 = 4 + 1 + 4$.

La médiane de la série est la 5^e donnée.

Donc la médiane de la série est 82.

- (b) Dans le contexte de l'exercice, cela signifie qu'il y a autant de pays ayant obtenu moins de 82 médailles que de pays ayant obtenu plus de 82 médailles.

5/ On a :

$$\text{Pourcentage d'augmentation} = \frac{\text{Nouveau nombre} - \text{Ancien nombre}}{\text{Ancien nombre}}$$

$$\text{Pourcentage d'augmentation} = \frac{26 - 20}{20}$$

$$\text{Pourcentage d'augmentation} = \frac{6}{20}$$

$$\text{Pourcentage d'augmentation} = 0,3$$

$$\text{Pourcentage d'augmentation} = 30 \%$$

Le pourcentage d'augmentation du nombre de médailles d'argent obtenues par le Brésil entre 2021 et 2024 est donc de 30 %.

Corrigé de l'exercice 2

1/ Dans le triangle CAB, [CB] est le plus grand côté.

$$\left. \begin{array}{l} CB^2 = 8^2 = 64 \\ CA^2 + AB^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64 \end{array} \right\} CB^2 = CA^2 + AB^2$$

Comme $CB^2 = CA^2 + AB^2$, alors le triangle CAB est rectangle en A d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2/ Les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A.

Comme les droites (DE) et (BC) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{4,8}{6,4} = \frac{AE}{4,8} = \frac{DE}{8}$$

$$AE = \frac{4,8 \times 4,8}{6,4}$$

$$AE = \frac{23,04}{6,4}$$

$$AE = 3,6 \text{ cm}$$

$$DE = \frac{8 \times 4,8}{6,4}$$

$$DE = \frac{38,4}{6,4}$$

$$DE = 6 \text{ cm}$$

Les longueurs DE et AE sont donc bien respectivement égales à 6 cm et 3,6 cm.

3/ Plusieurs méthodes sont possibles pour montrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux. On peut par exemple utiliser les angles alternes-internes ou la trigonométrie. D'autres méthodes sont également valables, comme l'utilisation du théorème de Thalès. Voici deux approches possibles :

Avec les angles alternes-internes

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles et la droite (BD) est sécante à ces deux droites. Donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont alternes-internes et sont donc égaux.

Avec la trigonométrie

Les triangles ABC et ADE sont rectangles en A et D respectivement. On a donc :

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{4,8}{6,4} = 0,75$$

$$\tan(\widehat{ADE}) = \frac{AE}{AD} = \frac{3,6}{4,8} = 0,75$$

Donc $\tan(\widehat{ABC}) = \tan(\widehat{ADE})$, ce qui implique que les angles aigus $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux.

- 4/ Les triangles ABC et ADE ont deux angles égaux : $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{AED}$ (car les deux triangles sont rectangles). La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , les deux angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AED}$ sont donc égaux. Les triangles ABC et ADE ayant des angles deux à deux égaux, ils sont semblables.

- 5/ L'aire du quadrilatère BCDE est égale à la somme des aires des triangles BCD et BDE :

$$\mathcal{A}_{BCDE} = \mathcal{A}_{BCD} + \mathcal{A}_{BDE}$$

$$\mathcal{A}_{BCDE} = \frac{AC \times BD}{2} + \frac{BD \times AE}{2}$$

$$\mathcal{A}_{BCDE} = \frac{4,8 \text{ cm} \times (6,4 \text{ cm} + 4,8 \text{ cm})}{2} + \frac{(6,4 \text{ cm} + 4,8 \text{ cm}) \times 3,6 \text{ cm}}{2}$$

$$\mathcal{A}_{BCDE} = \frac{4,8 \text{ cm} \times 11,2 \text{ cm}}{2} + \frac{11,2 \text{ cm} \times 3,6 \text{ cm}}{2}$$

$$\mathcal{A}_{BCDE} = 2,4 \text{ cm} \times 11,2 \text{ cm} + 11,2 \text{ cm} \times 1,8 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A}_{BCDE} = 4,2 \text{ cm} \times 11,2 \text{ cm}$$

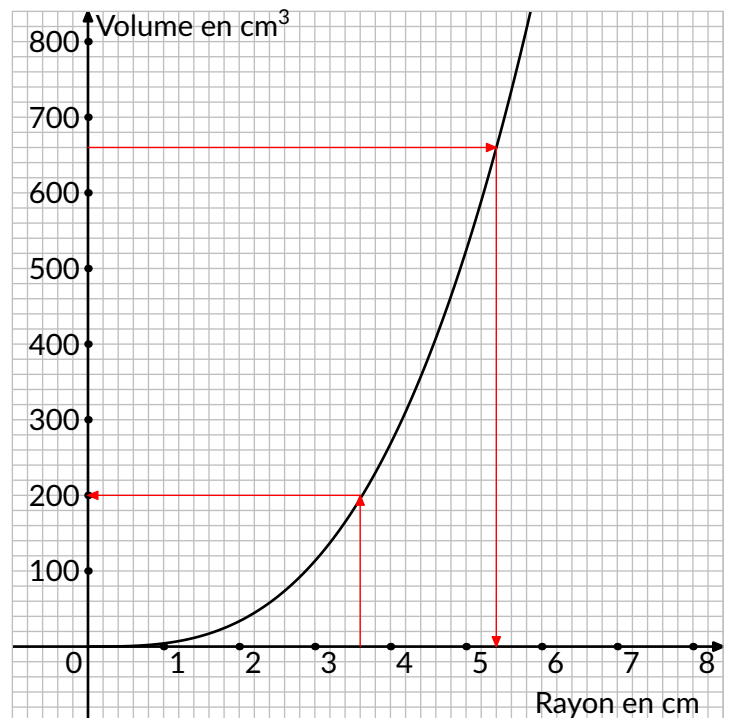
$$\mathcal{A}_{BCDE} = 47,04 \text{ cm}^2$$

L'aire du quadrilatère BCDE est donc égale à $47,04 \text{ cm}^2$.

Corrigé de l'exercice 3

Partie A

- 1/ Graphiquement l'image de 3,6 par cette fonction vaut environ 200.
- 2/ Graphiquement, le rayon d'une boule de volume 660 cm^3 est d'environ 5,4 cm.



Partie B

- 1/ On a :

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times (2,5 \text{ cm})^3$$

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 15,625$$

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} \approx 65,42 \text{ cm}^3$$

Le volume d'une boule, arrondi à l'unité, est donc bien égal à 65 cm^3 .

2/ On a :

$$1\,000 \text{ cm}^3 = 65 \text{ cm}^3 \times 15 + 25 \text{ cm}^3$$

On peut donc fabriquer au maximum 15 boules.

3/ La masse d'une boule est donnée par la formule :

$$\text{Masse} = \text{Masse volumique} \times \text{Volume}$$

On a donc :

$$\text{Masse} = 0,9 \text{ g/cm}^3 \times 65 \text{ cm}^3$$

$$\text{Masse} \approx 58,5 \text{ g}$$

La masse d'une boule est donc d'environ 59 g.

Corrigé de l'exercice 4

1/ On a :

$$112 = 16 \times 7 \quad \text{et} \quad 140 = 16 \times 8 + 12.$$

16 divise 112 mais ne divise pas 140. Donc on ne peut pas constituer 16 sachets.

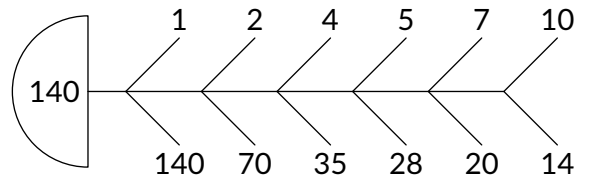
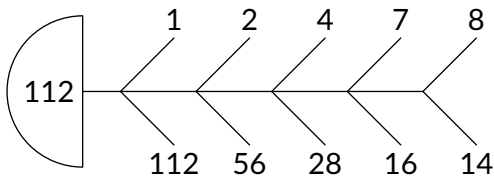
2/ On a :

$$\begin{array}{r} 140 \overline{) 2} \\ \underline{70} \overline{) 2} \\ \underline{35} \overline{) 5} \\ \underline{7} \overline{) 7} \\ \underline{7} \\ 1 \end{array}$$

Donc la décomposition en facteurs premiers de 140 est $2^2 \times 5 \times 7$.

3/ Le nombre de sachets que l'on peut constituer doit diviser 112 et 140. Pour trouver le nombre maximal de sachets, on cherche donc le plus grand diviseur commun de 112 et 140.

Les diviseurs de 112 et 140 sont listés ci-dessous :



Le plus grand diviseur commun de 112 et 140 est 28. On pourra donc constituer au maximum 28 sachets.

$$112 = 4 \times 28 \quad \text{et} \quad 140 = 5 \times 28$$

Chaque sachet contiendra donc 4 bonbons à la fraise et 5 bonbons au caramel.